TRABALHO COMPLETO
FULL PAPER
XXVII SEPE
Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão
Teaching, Research and Extension Symposium
24 A 26 DE OUTUBRO 2023
OCTOBER 24th to 26th, 2023
ISSN: 2316-9745
CIÊNCIA E DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL
SCIENCE AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT
UFN Universidade Franciscana Franciscan University
https://doi.org/10.48195/sepe2023.27191

INTEGRAL DE RIEMANN EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: UM PROBLEMA SISTÊMICO

Ismael Batista Maidana Silvestre[1]; Vanilde Bisognin[2]

RESUMO

Nesse trabalho apresentamos parte de uma pesquisa que trata de um problema relacionado com a Integral de Riemann tendo como base a metodologia de Pesquisa Baseada em Design (PBD). Mostramos que a temática é um problema sistêmico a partir da análise dos resultados de provas do Exame Nacional de Desenvolvimento de Estudantes (ENADE), dos resultados de pesquisas existentes na literatura e de questionário aplicado aos professores que trabalham no curso de licenciatura em Matemática. Das análises realizadas, comprovou-se que, tanto em nível nacional quanto local, o conteúdo relacionado com a Integral de Riemann é um problema sistêmico, uma vez que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades na resolução de questões relacionadas com essa temática. A partir dessa avaliação, entendemos que a metodologia de PBD pode contribuir com a construção e consolidação de conhecimentos relacionados com a prática docente e com o ensino e aprendizagem desse tema.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem; Pesquisa Baseada em Design; Prática Docente.

ABSTRACT

In this work we present part of a research that deals with a problem related to the Riemann Integral based on the Design-Based Research (DBR) methodology. We show that the issue is a systemic problem based on the analysis of test results from the National Student Development Exam (ENADE), the results of existing research in the literature and a questionnaire applied to teachers working on the Mathematics degree course. From the analyzes carried out, it was proven that, both at national and local levels, the content related to the Riemann Integral is a systemic problem, since the majority of students have difficulties in resolving issues related to this topic. From this evaluation, we understand that the DBR methodology can contribute to the construction and consolidation of knowledge related to teaching practice and the teaching and learning of this topic.

Keywords: Teaching and Learning; Design-Based Research; Teaching Practice.

Eixo Temático: Educação, Cultura e Comunicação (ECC).

[1] Universidade Franciscana, ismael.silvestre@ufn.edu.br
[2] Universidade Franciscana, vanilde@ufn.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos tempos, uma área de pesquisa tem chamado á atenção de pesquisadores preocupados com as questões da sala de aula é a Pesquisa Baseada em Design-PBD, que consiste em uma abordagem de pesquisa intervencionista e que relaciona aspectos teóricos, oriundos de pesquisas em educação, com a prática educacional, sendo importante para a compreensão de como, quando e por que inovações educacionais funcionam (ou não) na prática (KNEUBIL; PIETROCOLA, p.2, 2017).

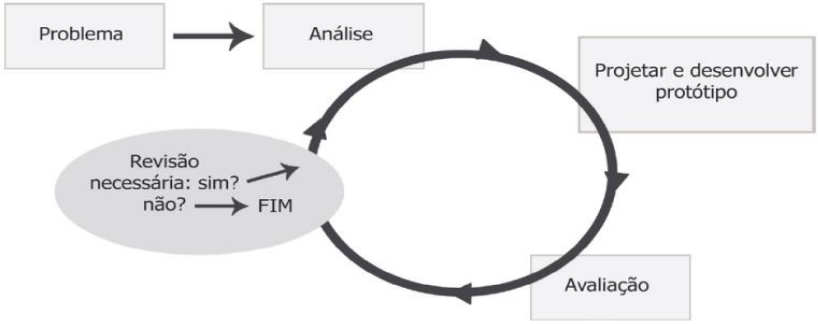
A PBD, de acordo com suas especificidades e natureza, é relevante para atividades práticas e para desenvolver soluções baseadas em pesquisa para problemas complexos da prática educacional. O ponto de partida para a investigação é a identificação de problemas complexos da prática educacional para os quais nenhum ou apenas alguns princípios de design foram validados (diretrizes ou heurísticas que dizem como resolver esse problema). Neste sentido, é crescente a preocupação de pesquisadores da área de Educação Matemática com a elaboração, inclusão e implementação de práticas educacionais que deem conta do trabalho de sala de aula para sanar as dificuldades dos estudantes.

Nesse trabalho, tratamos de um problema relacionado com a Integral de Riemann por ser um tema em que os alunos dos cursos de licenciatura em Matemática possuem dificuldades para a compreensão dos conceitos relacionados. Essa situação se comprova pela análise dos resultados advindos do ENADE, em que a maioria dos estudantes apresentou dificuldades na resolução de questões relacionadas com essa temática.

Segundo Plomp (2007), um aspecto fundamental da PBD é a concepção de um grupo de colaboração (profissionais, pesquisadores, gestores entre outros). Com base na literatura e em pesquisas anteriores, os pesquisadores em colaboração com o grupo desenvolvem intervenções viáveis (carácter de praticidade) e eficazes, estudando e refletindo cuidadosamente sobre as sucessivas versões (ou protótipos) de intervenções em seu contexto-alvo com a intenção de gerar produtos utilizáveis e princípios de design.

Independente do propósito da PBD, o processo de pesquisa sempre incorpora processos de desenho sistemático de elaboração, na forma de ciclos. A Figura 1 ilustra esse processo.

Figura 1 - Ciclos Sistemáticos de Elaboração



Fonte: Adaptado de Plomp (2018).

De acordo com a metodologia de pesquisa baseada em design, o primeiro passo deve ser a análise do problema. Nessa análise é preciso mostrar que a problemática em estudo é realmente um problema recorrente no contexto e que ainda não foi encontrada uma solução ou que existem somente alguns indícios de como solucionar esse problema. Portanto, nesse trabalho será apresentado como foi feita a análise do problema do ensino do conceito de Integral de Riemann em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino do interior do Rio Grande do Sul.

2. METODOLOGIA

Adotamos neste estudo a abordagem da PBD, como opção metodológica de pesquisa, no sentido de buscar responder aos propósitos do trabalho. A pesquisa contou com as contribuições e auxílio de dois grupos colaborativos. Um grupo composto por professores pesquisadores do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFN e outro composto de professores pesquisadores do Instituto Federal de Alegrete que trabalham no curso de Licenciatura em Matemática, que contribuíram para o melhoramento do produto educacional, a partir da definição do problema.

Considerando os pressupostos da metodologia da PBD, que prevê uma análise minuciosa do problema de pesquisa, inicialmente, mostramos que a temática sobre a Integral de Riemann é, de fato, um problema sistêmico. Somente após essa

definição e, juntamente com os grupos de colaboração é que partiu-se para a construção de um produto educacional que pudesse auxiliar na busca de solução para o problema. Para isso, primeiramente, realizamos uma pesquisa sobre o ensino de integral de Riemann no contexto brasileiro procurando por evidências de possíveis fatores que influenciam as dificuldades no estudo dos conceitos relacionados.

A partir dessa análise, foi possível mostrar que o ensino de integral de Riemann é um problema que necessita de mais pesquisas e o envolvimento de pesquisadores e profissionais no desenvolvimento de produtos educacionais que minimizem as dificuldades relacionadas com este conceito.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na busca de evidências que a Integral de Riemann é um problema sistêmico, inicialmente , optou-se pela análise dos resultados das provas do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade), junto ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Esse tema apareceu nas provas no quesito relacionado com conteúdos específicos. Um dos índices que consta nos relatórios do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES) é o Índice de Facilidade, um valor atribuído de acordo com o percentual de acerto de cada questão da prova. Na tabela 1 está a classificação, desde Muito fácil até Muito difícil, que é utilizada nos relatórios de acordo com o percentual de acerto.

Tabela 1 - Classificação das questões do Enade segundo Índice de Facilidade

Índice de Facilidade	Classificação
≥ 0,86	Muito fácil
0,61 a 0,85	Fácil
0,41 a 0,60	Médio
0,16 a 0,40	Difícil
≤ 0,15	Muito difícil

Fonte: MEC/Inep/Daes.

O desempenho dos estudantes dos Cursos de Licenciaturas avaliados em questões sobre Integral de Riemann, considerando todo o país, são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Índice de Facilidade e classificação de questões sobre Integral de Riemann nas provas do Enade

Ano	Questão	Índice de Facilidade	Classificação
2005	26	Entre 0,16 e 0,40	Difícil
2008	19	0,26	Difícil
2011	17	0,22	Difícil
2014	10	0,30	Difícil
2017	9	0,25	Difícil
	23	0,22	Difícil
2021	Não Teve	-	-

Fonte: Autoria própria, com base nos relatórios SINAES.

De acordo com o Índice de Facilidade, percebemos que nenhuma das questões sobre Integral de Riemann nas provas do Enade de todos os ciclos, chegou a 40% e todas as questões foram classificadas como difíceis. Esse fato enfatiza as dificuldades que os estudantes de Licenciatura em Matemática têm no conteúdo de Integrais de Riemann.

Os dados acima e as pesquisas realizadas mostram que a dificuldade no ensino dos conceitos relacionados com a Integral de Riemann é um problema sistêmico presente no ensino e na aprendizagem de estudantes em formação inicial.

Além disso, muitas pesquisas apresentam evidências de que o ensino de Integrais no curso de licenciatura em matemática pode não proporcionar aos estudantes o conhecimento adequado/esperado. Algumas pesquisas mostram problemas na aprendizagem desse conceito condicionada à carência de conhecimentos prévios (CRISOSTOMO, 2012; CARGNIN, 2013; APOLINAR, 2014; REIS, 2015), ou ainda, outras que apontam para as dificuldades de entendimento pelos estudantes do conceito de Integral definida como um limite (GONZÁLEZ-MARTÍN, 2006; CRISOSTOMO, 2012; APOLINAR, 2014), um terceiro grupo destaca a carência de abordagem gráfica para a aprendizagem de Integral Definida (GONZÁLEZ-MARTÍN, 2006; ANDERSEN, 2011; MENONCINI, 2018), um outro grupo de pesquisadores atribui essas dificuldades a pouca mobilização das representações em diferentes registros (GONZÁLEZ-MARTÍN, 2006; ANDERSEN, 2011; CARGNIN, 2013; APOLINAR, 2014; BRANDÃO, 2015; REIS, 2015; ALMEIDA, 2017; MENONCINI, 2018; COMETTI, 2018; MIRANDA, 2018), entre outros .

Após a análise minuciosa dos dados das provas do Enade e da revisão de literatura, aplicou-se um questionário para o grupo de colaboração do Instituto

Federal Farroupilha de Alegrete em que se analisou o problema, o contexto e os envolvidos. Os Quadros 2, 3 e 4, mostram as respostas obtidas referentes aos três itens.

Quadro 2 - Sobre o Problema

Qual a situação atual?	**Qual a situação desejada?**	**O que já sabemos ou suspeitamos sobre as causas dessas diferenças?**
Alunos com dificuldades no entendimento e construção do conceito de Integral.	Que os alunos entendam e possam realizar a construção do conceito de Integral.	(1) Estudantes com dificuldades em conhecimentos prévios; (2) Pouca ênfase na construção de boas imagens conceituais; (3) Pouca participação dos estudantes na construção dos conceitos relacionados com a Integral.
Alunos têm dificuldade de compreender as condições de existência de primitivas de funções.	Que os alunos compreendam as condições de existência de primitivas de funções.	(1), (2), (4) Alunos habituados a trabalhar de modo procedimental com poucas atividades conceituais.
Alunos com dificuldades no entendimento da formalização do teorema fundamental do cálculo.	Que os alunos consigam entender a demonstração e estabelecer conexões com outros conceitos utilizados; Que os alunos compreendam as condições de validade do teorema fundamental do cálculo; Que os alunos evoluam em termos de imagens conceituais.	(1), (2), (4) (5) Estudantes com dificuldades no processo de demonstração do teorema;
Alunos demonstram poucas conexões com outros conceitos matemáticos.	Que seja possível articular conexões com outros conceitos matemáticos, evidenciando para os estudantes as ligações matemáticas e ao mesmo tempo, as restrições impostas por determinados axiomas ou teoremas empregados no processo.	(1) (6) Dificuldade dos alunos em estabelecer com conexões; (7) Aula preparada com base em um livro didático, com procedimentos já pré-determinados, não possibilitando questionamentos por parte dos alunos, dúvidas sobre os recursos matemáticos utilizados e valorização de demais conceitos envolvidos.
Alunos apresentam dificuldades no entendimento teórico sobre funções integráveis.	Que alunos possam ter boas imagens conceituais e então identificar funções integráveis dadas as restrições de cada tipo de integral: Riemann e Lebesgue.	(1), (4)
Alunos apresentam pouco conhecimento	Que os alunos tenham a percepção da evolução das integrais ao longo dos anos e compreendam que toda matemática está em constante evolução.	(7) (8) Estudantes e alguns professores, com a imagem de que a matemática está pronta,

sobre a evolução da matemática.		não sendo possível novas teorias.
Pouca ênfase nas limitações da integral de Riemann.	Que os alunos identifiquem as condições de integrabilidade e consequentemente, as limitações de cada tipo de integral.	(4), (7)
Não diferenciação entre os processos de encontrar primitivas e o de integração.	Que os estudantes entendam as diferenças entre esses dois conceitos; Que os estudantes entendam sob quais condições é possível relacionar os dois conceitos e as vantagens dessa possibilidade.	(2), (3), (4)

Fonte: Autoria própria.

Quadro 3 - Sobre o Contexto

Contexto, materiais e recursos	Quais facilidades, infraestrutura, software e/ ou outro recurso estão disponíveis? Quais podem ser utilizados de maneira viável? *Salas de aulas adequadas, LIFE (Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores, com computadores, materiais manipuláveis). Além desses, recursos tecnológicos como: retroprojetor e Geogebra (outros softwares).*
Contexto organizacional/ Político	Em qual proporção a organização ou unidade tem a autonomia e poder para fazer mudanças? Que estruturas de poder estão presentes? *Dentro da estrutura atual do curso, visualiza-se melhor a possibilidade de fazer algumas modificações metodológicas e procedimentais do que propriamente em ementas ou outros aspectos que são determinados pelo Projeto Pedagógico de Curso da Licenciatura em Matemática. Além disso, readequação do tempo, reorganização dos conteúdos, sem prejudicar o desenvolvimento dos demais tópicos. Mas as experiências no grupo de trabalho poderão refletir em futuras alterações mais abrangentes. Em relação às estruturas envolvidas, destaca-se a coordenação do curso de matemática, professores, setor pedagógico e alunos.*
Contexto educacional	O que acontece na situação atual (conteúdos, pedagogia, testes)? Quais conexões intercurriculares merecem atenção especial ao se considerar mudanças (outras matérias, avaliações, desenvolvimento de professores)? *Na situação atual, possivelmente ocorre a utilização de um livro da referência bibliográfica, aulas expositivas e dialogadas, com trabalhos e provas propostos pelo professor. Atualmente a ementa é bastante extensa, o que pode limitar outras atividades e procedimentos. O desenvolvimento de sequência de atividades adequada à turma e que procure resolver os principais problemas já identificados. Hoje não conseguimos identificar todas as conexões intercurriculares envolvendo integrais, mas consideramos importante essa procura para auxiliar na elaboração das atividades.*
Viabilidade (*SWOT*)	Quais são os pontos fortes, pontos fracos, oportunidades e desafios que habilitariam ou impediriam mudanças nessa configuração? ***Pontos fortes:*** *Professores preocupados com os problemas evidenciados e com liberdade de propor mudanças na metodologia de ensino (liberdade na instituição). Alunos disponíveis para ações diversificadas que envolvam seu processo formativo. Boa estrutura física.* ***Oportunidades:*** *Alguns professores e alunos dispostos para a experimentação.* ***Pontos fracos:*** *Tempo destinado para o estudo na disciplina e em atividades extraclasse por parte dos alunos. Alunos com limitações nos pré-requisitos.* ***Desafios:*** *Dar celeridade aos trabalhos, melhorando o fluxo das atividades no grupo. Envolver mais professores que trabalham com as disciplinas envolvidas. Propor atividades adequadas, que resolvam os problemas mencionados e que sejam viáveis de uso no contexto real, do curso.*

Fonte: Autoria própria.

Quadro 4 - Sobre os envolvidos

Partes Interessadas	Quais os Desejos	Quais as Necessidades
Gestores	Formação de excelência para os estudantes; Diminuir os índices de retenção e reprovação.	Melhorar a formação dos futuros professores; Diminuir os índices de retenção e reprovação.
Professores	Formação de excelência para os alunos; Compreensão mais profunda dos conceitos estudados e das relações entre os diferentes conceitos envolvidos.	Melhorar a formação dos futuros professores; Proporcionar aos alunos o entendimento dos conceitos fundamentais das integrais de Riemann e de Lebesgue.
Estudantes	Aprendizagem adequada e possibilidades de aprofundamento.	Aprender o conceito de integral de Riemann; Saber utilizar os conceitos em situações práticas; Atividades que possibilitem a aprendizagem dos conhecimentos e o façam refletir sobre os conceitos e procedimentos empregados.

Fonte: Autoria própria.

Ao finalizar essa análise, percebemos que fatores como as dificuldades em conhecimentos prévios, aulas na sequência definição, teorema, prova e exercícios dificultam a passagem do uso procedimental de técnicas para a formalização e abstração em matemática. Portanto, faz-se necessário desenvolver pesquisas que promovam a aprendizagem dos estudantes, com atividades que o coloque como protagonista da sua própria aprendizagem.

4. CONCLUSÃO

Das análises realizadas foi possível identificar, que o tema Integral de Riemann é, de fato, um problema sistêmico e que deve ser tratado nos cursos de Licenciatura em Matemática. Na continuidade do trabalho, após essa etapa , partiu-se para a construção de um produto educacional e sua aplicação , em dois ciclos, seguindo as etapas da PBD. Para a construção do produto educacional definiu-se de forma preliminar os princípios de design que serão validados ou refutados nos ciclos de aplicação.

AGRADECIMENTOS

Agradecimento especial aos integrantes do grupo de colaboração e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA. M. V. **Material para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral: referências de Tall, Gueudet e Trouche**. 2017. 259f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017.

ANDERSEN, E. **As ideias centrais do Teorema Fundamental do Cálculo mobilizadas por alunos de Licenciatura em Matemática**. 2011. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

APOLINAR, E. S. **Significados institucionales y personales del concepto de Integral Definida de funciones de una variable en una institución educativa de Nivel Superior**. 2014. 239f. Tese (Doctorado en Innovación Educativa) - Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Monterrey, 2014.

BRANDÃO, A. K. D. C. **Integral Definida: um signo a compreender**. 2015. 204f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas. Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2015.

COMETTI, M. A. **Discutindo o ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: contribuições do *GeoGebra* 3D para a aprendizagem**. 2018. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2018.

CRISOSTOMO, E. **Idoneidad de procesos de estudio del Cálculo Integral en la formación de profesores de Matemáticas: una aproximación desde la investigación em Didáctiva del Cálculo y el conocimiento profesional**. 2012. 546f. Tese (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Granada, 2012.

CARGNIN, C. **Ensino e aprendizagem da Integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas**. 2013. 417f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2013.

GONZÁLEZ-MARTÍN, A. S. **La generalización de la Integral Definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos informáticos. Problemas de enseñanza y de aprendizaje**. 2006. 498f. Tesis (Doctorado en Ciencias y Tecnologías). Universidad La Laguna. Laguna, 2006.

KNEUBIL, F.; PIETROCOLA, M. A pesquisa baseada em design: visão geral e contribuições para o ensino de ciências. **Investigações em ensino de ciências** (online), v. 22, p. 01-16, 2017.

MENONCINI, L. **O jogo das operações semióticas na aprendizagem da Integral Definida no cálculo de área**. 2018. 228f. Tese (Doutorado em Educação Científica

e Tecnológica) - Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2018.

MIRANDA, G. M. H. **Esculturas matemáticas: a atividade para o estudo da integral dupla**. 2018. 321f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2018.

PLOMP, T. Educational design research: An introduction. In: PLOMP, T.; NIEVEEN, N. (Eds.). **An introduction to educational design research. Enschede, the Netherlands**: SLO, 2007, p. 9-35.

PLOMP, T. *Pesquisa-Aplicação em Educação: Uma introdução*. In: PLOMP, T.(Org., Ed.). **Pesquisa-Aplicação em Educação**. São Paulo: Artesanato Educacional, 2018, p. 25-66.

REIS, T. L. B. **Integral Definida: conteúdos de ensino e estratégias de aprendizagem**. 2015. 238f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto de Ciências Humanas, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2015.

SINAES. **Relatório de Área (Matemática Licenciatura)**. Brasília, 2022. Relatório Enade 2021.

_____. **Relatório de Área (Matemática)**. Brasília, 2016. Relatório Enade 2014.

_____. **Relatório Síntese (Matemática)**. Brasília, 2011. Relatório Enade 2011.

_____. **Relatório Síntese de Área (Matemática Bacharelado/Licenciatura)**. Brasília, 2018. Relatório Enade 2017.

_____. **Relatório Síntese(Matemática)**. Brasília, 2005. Relatório Enade 2005.

_____. **Relatório Síntese(Matemática)**. Brasília, 2009. Relatório Enade 2008.