TRABALHO COMPLETO
FULL PAPER
XXVIII SEPE
Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão
Teaching, Research and Extension Symposium
ISSN: 2316-9745
24 A 26 DE SETEMBRO DE 2024
SEPTEMBER 24th to 26th, 2024
UFN
https://doi.org/10.48195/sepe2024.28247

# SITUAÇÕES QUE DÃO SENTIDO AO CONCEITO DE ÁREA: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

**Juliana Gabriele Kiefer[1]; José Carlos Pinto Leivas[2]**

## RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar a análise de uma coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), considerando as situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição, conversão de uma unidade e produção de uma superfície, bem como se há ou não na atividade a sugestão de algum recurso ou de contextualização. Trata-se de uma investigação de cunho qualitativo bibliográfico com a técnica da Análise de Conteúdo. Os resultados indicam que todas as situações são identificadas, mas as de medição são as que aparecem com mais ênfase. Ressalta-se a identificação de mais um tipo de situação, a "elaboração de problemas". Além disso, destaca-se diferentes recursos nas atividades: papel, malhas quadriculadas e trianguladas, tangram, calculadoras e internet, bem como contextualizações com práticas sociais, outros campos da Matemática e com outras disciplinas.

**Palavras-chave**: Geometria; Ensino Fundamental; Área; Grandeza Geométrica.

## ABSTRACT

This article aims to present the analysis of a collection of Mathematics textbooks from the Final Years of Elementary School (6th to 9th year), considering the situations that give meaning to the concept of area: comparison, measurement, conversion of a unit and production of a surface, as well as whether or not the activity suggests any resource or contextualization. This is a qualitative bibliographic investigation using the Content Analysis technique. The results indicate that all situations are identified, but the measurement ones are the ones that appear with more emphasis. It is worth highlighting the identification of yet another type of situation, "problem elaboration". Furthermore, different resources stand out in the activities: paper, checkered and triangulated meshes, tangram, calculators and internet, as well as contextualization with social practices, other fields of Mathematics and with other disciplines.

**Keywords:** Geometry; Elementary School; Area; Geometric Magnitudes.

**Eixo Temático:** Educação, Cultura e Comunicação (ECC).

[1] Doutoranda no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Franciscana - UFN. Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES). E-mail: juliana_kiefer@hotmail.com

[2] Docente no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Franciscana – UFN. E-mail: leivasjc@ufn.edu.br.

## 1. INTRODUÇÃO

Baltar (1996) propõe situações que dão sentido aos conceitos de área: comparação de áreas, medida de áreas e produção de superfícies. Ferreira (2010) amplia os estudos da pesquisadora acrescentando também a situação de conversão de unidades (Quadro 1).

Quadro 1: Situações que dão sentido ao conceito de área

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **SITUAÇÕES** | COMPARAÇÃO | Estática | Sem unidade de medida | |
| | | | Com unidade de medida | Não-convencional |
| | | | | Convencional |
| | | Dinâmica | Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica | |
| | | | Otimização da área por invariância do perímetro e vice-versa. | |
| | MEDIÇÃO | Exata | Com unidade de medida não-convencional | |
| | | | Com unidade de medida convencional | |
| | | Enquadramento | Aproximações | |
| | CONVERSÃO DE UNIDADE | | Com unidade de medida | Não-convencional |
| | | | | Convencional |
| | PRODUÇÃO | | Mesma área que a de uma figura dada | |
| | | | Área maior ou menor que a de uma figura dada | |
| | | | Com área dada | |

Fonte: Adaptado de Ferreira (2010) e Ferreira (2018).

As *situações de comparação* estáticas "[...] são aquelas em que não ocorre alteração dos objetos comparados" (Ferreira, 2018, p. 64). Além disso, há duas classes de procedimentos de resolução quanto à natureza das grandezas: a unidimensional (quando as áreas de duas superfícies são comparadas sem a intervenção de outras grandezas) e a bidimensional (quando as áreas de duas superfícies são comparadas com a intervenção de outras grandezas, relação entre área e comprimento é fundamental) (Ferreira, 2010). Já nas situações dinâmicas, realizam-se procedimentos como a decomposição e a composição de áreas, variação de área e de perímetro por deformação ou transformação geométrica, bem como otimização.

Deformação da figura, por exemplo, refere-se ao deslizamento de um lado de um paralelogramo sobre o seu suporte conservando a área, mas não o perímetro. Já as transformações geométricas são aquelas que envolvem simetria, rotação e

translação, bem como homotetia, e as de otimização envolvem a determinação da maior área possível em função da área e/ou de um perímetro fixo. De acordo com Teles (2007, p. 10), “[...] mobiliza-se o aspecto funcional ao descrever o valor e a função da área com relação a *x*. Refere-se geralmente a “aplicações do conceito de máximo e mínimos no estudo das funções””.

As *situações de medição* são categorizadas em situações de enquadramento em que a área de uma superfície de borda irregular ou arredondada será aproximada e em situações de medida exata de área em que os procedimentos considerados se referem à área enquanto grandeza unidimensional (ladrilhamento, adição e subtração de área) e à área como grandeza bidimensional (medida indireta no uso das fórmulas de área).

Já as *situações de conversão de unidades* possuem como procedimento a representação de uma mesma área com unidades de medida diferentes (Ferreira, 2010). De acordo com Ferreira (2018, p. 65), estas “[...] devem privilegiar a articulação entre o quadro dos objetos geométricos, o quadro das grandezas e o quadro numérico para que a compreensão do par ordenado (número, unidade de medida) não seja apenas uma transformação operatória com o uso de um sistema de unidades.”

As *situações de produção* diferenciam-se das demais, pois permitem várias respostas. Essas são subdivididas em: produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada (evidencia procedimentos em que se considera área como grandeza unidimensional, a partir da contagem de quadradinhos e de corte-colagem e de área como grandeza bidimensional através das deformações que permitem conservar a área); produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada (procedimentos geométricos e numéricos); e produção de superfícies de área dada (mesmos procedimentos que nas demais ou uma combinação deles).

Desta forma, busca-se apresentar a análise de uma coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), considerando as situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição, conversão de uma unidade e produção de uma superfície, bem como se há ou não na atividade a sugestão de algum recurso ou de contextualização.

## 2. METODOLOGIA

A presente investigação possui cunho qualitativo bibliográfico, cuja análise dos dados considera a Análise de Conteúdo (Bardin, 2016) em que são considerados três polos cronológicos: a) *pré-análise,* fase de organização, em que ocorre a leitura flutuante, a escolha dos documentos, a formulação das hipóteses e dos objetivos, a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores e a preparação do material; b) *exploração do material,* análise propriamente dita, por meio da aplicação sistemática das decisões tomadas na fase inicial em que são determinadas as unidades de registro, unidades de contexto, regras de enumeração, análise quantitativa e/ou qualitativa e a categorização; c) *tratamento dos resultados e interpretações,* aprimoramentos e sistematização dos resultados a fim de torná-los válidos e significativos, utilizando operações estatísticas simples (porcentagem), permitindo, assim, construir gráficos e quadros de resultados, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise) (Bardin, 2016).

Na pré-análise é selecionada a coleção de livros didáticos, que são obras aprovadas no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD 2024-2027), referente ao componente curricular de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Em seguida, a partir de uma leitura flutuante, foram selecionados os capítulos de cada um dos livros que abordam o conceito de área de figuras planas. A partir disso, foram quantificadas as questões que abordam o conceito de área (Quadro 2).

Quadro 2: Descrição dos livros, capítulos e quantidade de atividades sobre área

| Ano | Capítulo/ subcapítulo | Quantidade de atividades |
|---|---|---|
| 6º | Capítulo 8: Grandezas geométricas: comprimento, perímetro e área<br>Subcapítulo 3: Grandeza área<br>Subcapítulo 5: As grandezas perímetro e área em vistas aéreas e plantas baixas | 44 |
| 7º | Capítulo 9: Perímetro, área e volume<br>Subcapítulo 2: Área | 28 |
| 8º | Capítulo 3: Área e volume<br>Subcapítulo 1: Retomando e aprofundando o cálculo de medida de área | 32 |
| 9º | Capítulo 8: Grandezas e medidas<br>Subcapítulo 1: Grandezas e medidas no plano cartesiano | 4 |

Fonte: Dados da pesquisa, a partir da coleção analisada.

A partir de tal identificação, as atividades foram analisadas conforme as categorias estabelecidas a *priori*: comparação, medição, conversão de uma unidade e produção de uma superfície, bem como se há ou não na atividade a sugestão de algum recurso ou de contextualização.

A exploração do material e o tratamento dos resultados e interpretações será apresentado na seção seguinte do presente artigo.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No Quadro 3 são apresentados os quantitativos de questões em cada um dos livros conforme as categorias.

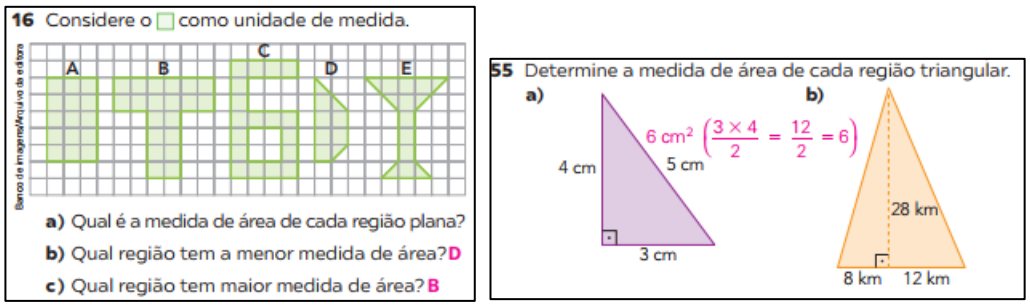
Quadro 3: Quantidade de atividades considerando as categorias de análise

| Livro | Categorias | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Medição | Comparação | Conversão de unidade | Produção |
| 6º | 32 | 4 | 6 | 3 |
| 7º | 24 | 5 | 2 | 2 |
| 8º | 32 | 1 | - | 1 |
| 9º | 4 | - | - | 2 |

Fonte: Dados da pesquisa, a partir da coleção analisada.

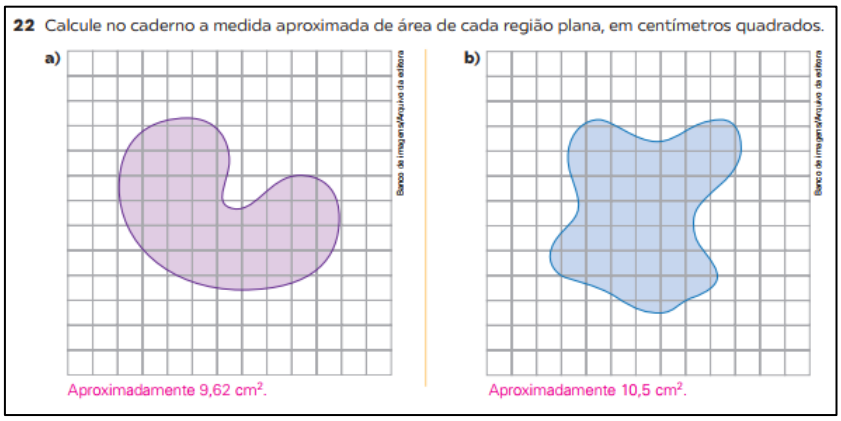
A maioria das atividades envolve a medição, sendo a medição exata por meio da contagem de quadradinhos ou utilizando as fórmulas para o cálculo de área (Figura 1), ou ainda a medição por enquadramento, conforme Figura 2.

Figura 1: Exemplos de situações de medição exata




Fonte: Livro didático analisado.

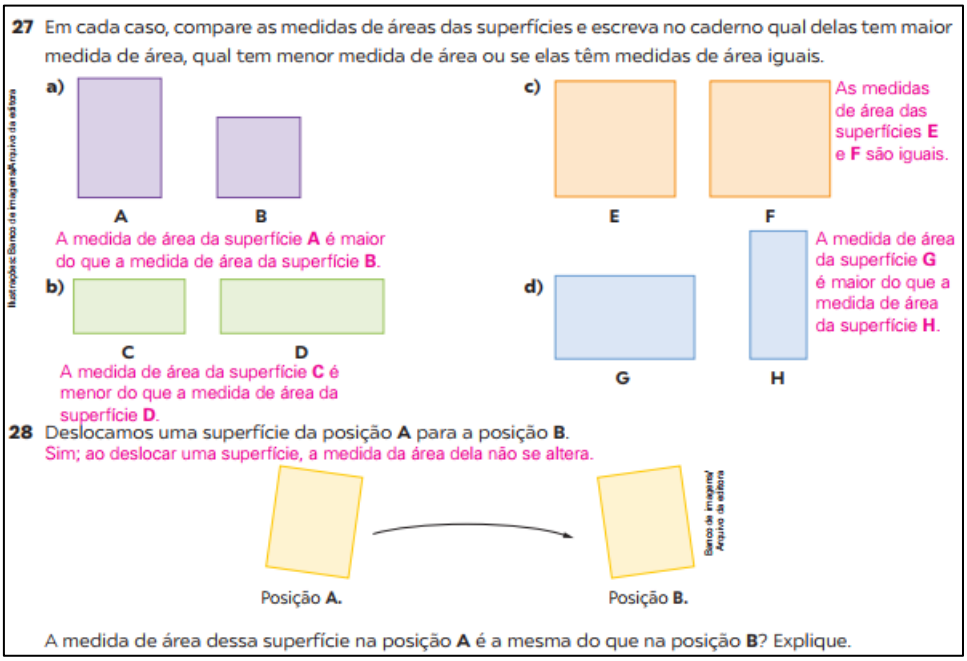
Figura 2: Exemplos de situações de medição por enquadramento




Fonte: Livro didático analisado.

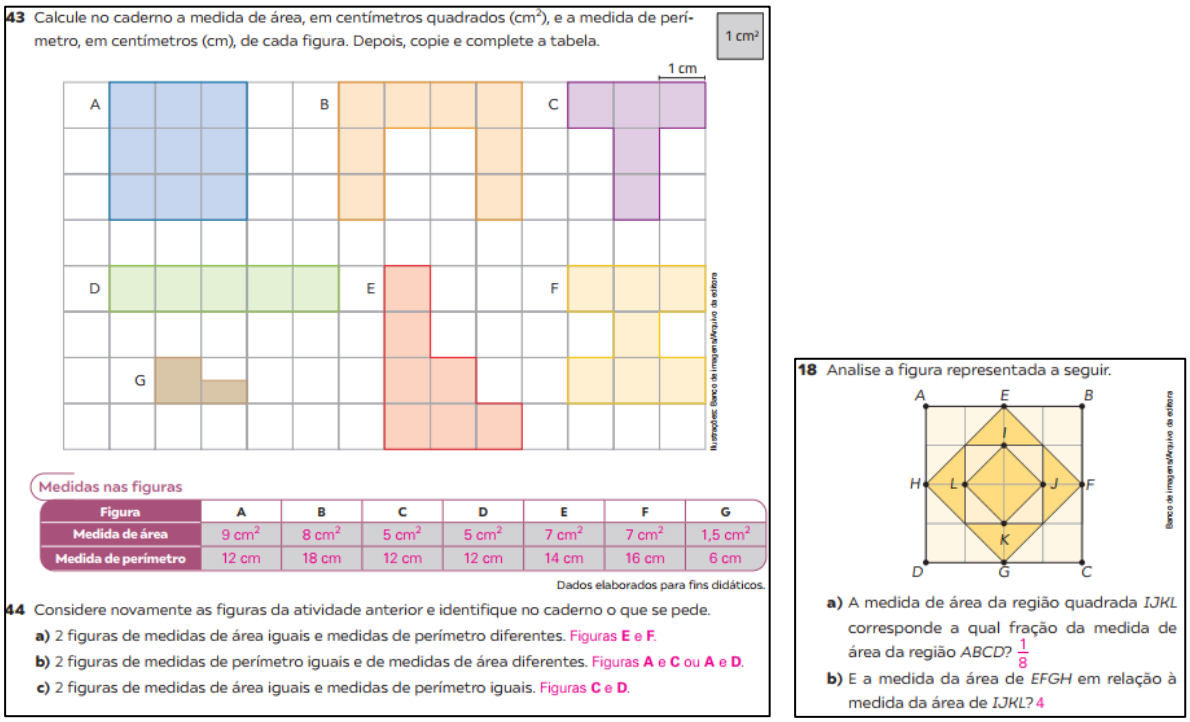
As situações de comparação também foram identificadas, sendo estas comparações estáticas (Figura 3) ou comparações dinâmicas (Figura 4) com a comparação entre área e perímetro, ou ainda a comparação da área de uma parte da figura com a área total da mesma.

Figura 3: Exemplos de situações comparação estática




Fonte: Livro didático analisado.

Figura 4: Exemplos de situações comparação dinâmica



**43** Calcule no caderno a medida de área, em centímetros quadrados (cm²), e a medida de perímetro, em centímetros (cm), de cada figura. Depois, copie e complete a tabela.

1 cm²




Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Medidas nas figuras

| Figura | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Medida de área | 9 cm² | 8 cm² | 5 cm² | 5 cm² | 7 cm² | 7 cm² | 1,5 cm² |
| Medida de perímetro | 12 cm | 18 cm | 12 cm | 12 cm | 14 cm | 16 cm | 6 cm |

Dados elaborados para fins didáticos.

**44** Considere novamente as figuras da atividade anterior e identifique no caderno o que se pede.

**a)** 2 figuras de medidas de área iguais e medidas de perímetro diferentes. Figuras **E** e **F**.

**b)** 2 figuras de medidas de perímetro iguais e de medidas de área diferentes. Figuras **A** e **C** ou **A** e **D**.

**c)** 2 figuras de medidas de área iguais e medidas de perímetro iguais. Figuras **C** e **D**.

**18** Analise a figura representada a seguir.




Banco de imagens/Arquivo da editora

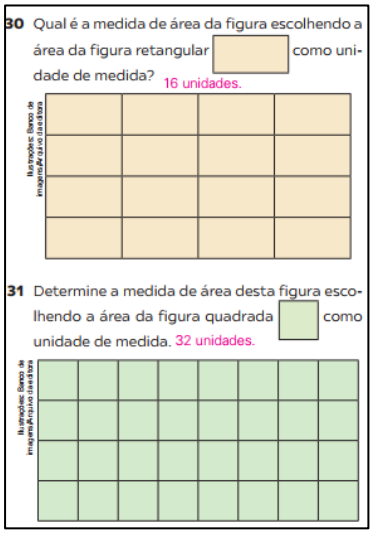
**a)** A medida de área da região quadrada *IJKL* corresponde a qual fração da medida de área da região *ABCD*? $\frac{1}{8}$

**b)** E a medida da área de *EFGH* em relação à medida da área de *IJKL*? 4

Fonte: Livro didático analisado.

As situações de conversão de unidades foram identificadas apenas nos livros do 6º e 7º anos (Figura 5), seja com unidade de medida não convencional ou convencional.

Figura 5: Exemplos de situações conversão de unidade



**30** Qual é a medida de área da figura escolhendo a área da figura retangular ▭ como unidade de medida? 16 unidades.



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

**31** Determine a medida de área desta figura escolhendo a área da figura quadrada ▭ como unidade de medida. 32 unidades.



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

**39** Copie as igualdades no caderno e substitua cada ▭ pelo número ou pela unidade de medida que torna a igualdade verdadeira.

**a)** 3,4 m² = ▭ dm² 340

**b)** 3200 m² = ▭ hm² 0,32

**c)** 6,4 cm² = ▭ dm² 0,064

**d)** 3,1 km² = ▭ m² 3 100 000

**e)** 600 mm² = 6 ▭ cm²

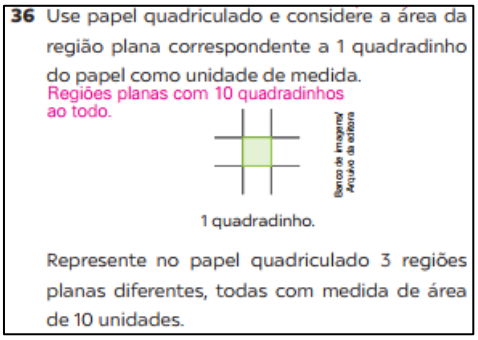
**f)** 4,46 dam² = 44 600 ▭ dm²

Fonte: Livro didático analisado.

Cabe ressaltar a importância de distinguir área do número, ou seja, a uma mesma superfície podem corresponder números diferentes associados às unidades de medida escolhidas, sem modificar a sua área (Douady; Perrin-Glorian, 1989).

Já as situações de produção de uma superfície foram identificadas em todos os livros da coleção. Na Figura 6 pode-se observar a solicitação de representar três regiões planas diferentes com a mesma área. Tal situação é necessária para distinguir a área de uma superfície da sua forma, pois consiste em considerar que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área (Douady; Perrin-Glorian, 1989).

Figura 6: Exemplos de situações produção de uma superfície


**36** Use papel quadriculado e considere a área da região plana correspondente a 1 quadradinho do papel como unidade de medida.
Regiões planas com 10 quadradinhos ao todo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

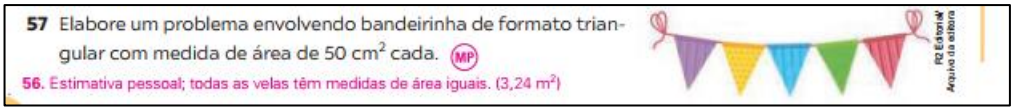
1 quadradinho.

Represente no papel quadriculado 3 regiões planas diferentes, todas com medida de área de 10 unidades.

Fonte: Livro didático analisado.

Cabe destacar ainda a identificação de atividades que envolvem outro tipo de situação: “Elaborar problemas” (1 atividade no 6º ano; 5 atividades no 7º ano; 6 atividades no 8º ano). Tal fato pode estar relacionado com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), uma vez que das sete habilidades de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental que mencionam o conceito de área, três indicam a atividade cognitiva de “Resolver e elaborar problemas”.

Figura 7: Exemplos de situações de elaboração de problemas


**57** Elabore um problema envolvendo bandeirinha de formato triangular com medida de área de 50 cm² cada. MP

**56.** Estimativa pessoal; todas as velas têm medidas de área iguais. (3,24 m²)

FD Editorial/Arquivo da editora

Fonte: Livro didático analisado.

No Quadro 4 e no Quadro 5 são apresentados os dados obtidos conforme a identificação de recursos e de contextualizações nas atividades, respectivamente.

Quadro 4: Recursos identificados nas atividades

| | Recursos | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Papel** | **Malha quadriculada** | **Malha triangulada** | **Plano cartesiano com malha** | **Tangram** | **Calculadora** | **Internet** |
| 6º | 2 | 3 | 2 | - | 1 | 1 | 1 |
| 7º | - | 6 | 1 | - | - | - | - |
| 8º | 1 | 3 | - | - | - | 1 | - |
| 9º | - | 1 | - | 2 | - | 1 | - |

Fonte: Dados da pesquisa, a partir da coleção analisada.

Quadro 5: Contextualizações identificadas nas atividades

| | Contextualizações | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Práticas sociais** | **Construção histórica do conhecimento matemático** | **Outros campos da Matemática** | **Outras disciplinas** |
| 6º | 21 | - | 2 | 3 |
| 7º | 9 | - | - | 2 |
| 8º | 13 | - | 1 | - |
| 9º | - | - | - | - |

Fonte: Dados da pesquisa, a partir da coleção analisada.

Considerando o total de atividades em cada um dos livros da coleção, verificam-se poucas atividades que mencionam a utilização de algum tipo de recurso, sendo que as malhas quadriculadas foram as mais enfatizadas. Já com relação às contextualizações, um grande número de atividades envolveu as práticas sociais, principalmente no livro do 6º ano. Foram identificadas práticas sociais envolvendo terrenos, piso, teto, azulejos, confecção de bandeiras, notícias em jornais, quadras de esportes, páginas de um livro, caixas, vela de um barco, vistas aéreas, entre outros.

## 4. CONCLUSÃO

A coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental analisada apresenta diferentes situações que dão sentido ao conceito de área. Embora a maioria das atividades seja de situações de medição, a variedade de recursos e de contextualizações também é presente. Destaca-se a pertinência das atividades propostas e considera-se importante a seleção de diferentes situações no

planejamento do professor e no efetivo trabalho em sala de aula.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble. França, 1996.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL, M.E.C. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

DOUADY, R.; GLORIAN, M. J. P. Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathématics**. Netherlands, v. 20, n 4, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. de F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro** no 3º ciclo do Ensino Fundamental: estudos **sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, p. 193. 2010.

FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do Ensino Fundamental:** o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, p. 387. 2018.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na Matemática escolar:** um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, p. 297. 2007.